

STX

STUDENTEREKSAMEN



**BØRNE- OG
UNDERVISNINGSMINISTERIET**
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET

MATEMATIK A

Torsdag den 22. maj 2025
Kl. 9.00-14.00

Opgavesættet er delt i to dele:

Delprøve 1: 2 timer kun med den centralt udmeldte formelsamling, herunder vedlagte indstiksark til formelsamlingen.

Delprøve 2: 3 timer med alle tilladte hjælpemidler.

Delprøve 1 består af opgave 1-9.

Til delprøve 1 hører et bilag.

Delprøve 2 består af opgave 10-16.

Til delprøve 2 hører et digitalt bilag.

Der gives 10 point for hvert spørgsmål.

En del af spørgsmålene er knyttet til mindstekravene.

Disse spørgsmål er markeret med grøn farve.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

I bedømmelsen af helhedsindtrykket af besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- *Redegørelse og dokumentation for metode*
Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger *eller* matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.
- *Figurer, grafer og andre illustrationer*
Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.
- *Notation og layout*
Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog. Hvis der anvendes matematisk notation, der ikke hører til standardviden, skal der redegøres for betydningen.
- *Formidling og forklaring*
Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.
Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

Delpøve 1 kl. 9.00-11.00

Opgave 1 En funktion f af to variable er givet ved

$$f(x, y) = 3e^x + x^2 \cdot y + y^2.$$

a) Bestem $f(0, 4)$.

b) Bestem $f'_y(x, y)$.

Opgave 2 En normalfordelt stokastisk variabel X har middelværdi $\mu = 20$ og spredning $\sigma = 5$.

a) Bestem $P(20 \leq X \leq 30)$.

Opgave 3 a) Reducér udtrykket

$$\frac{(3a - b)^2 - b^2}{a}.$$

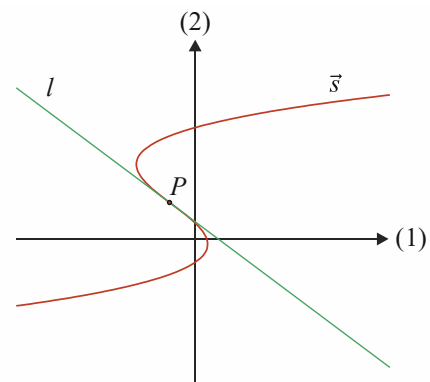
Opgave 4 Figuren viser banekurven for en vektorfunktion $\vec{s}$ givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^3 - 4t - 2 \\ 3t + 3 \end{pmatrix}.$$

a) Bestem koordinatsættet til banekurvens skæringspunkt med førsteaksen.

Linjen l er tangent til banekurven i punktet P , hvor $t = 0$.

b) Bestem en parameterfremstilling for l .



Opgave 5 En funktion f er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = 2x^2 + x + \frac{y}{x}.$$

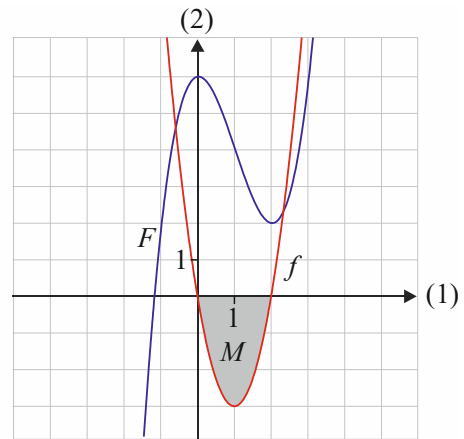
a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(3, 12)$.

b) Undersøg, om funktionen $g(x) = x^3 + x^2 + 5x$ er en løsning til differentialligningen.

Opgave 6 Figuren viser graferne for funktionerne f og F , hvor F er en stamfunktion til f .

Grafen for f afgrænser sammen med førsteaksen en punktmængde M , der har et areal.

Bilag vedlagt a) Bestem arealet af M .
Brug bilaget.



Opgave 7 En funktion f er givet ved

$$f(x) = \ln(x^2 + 7x + 20).$$

a) Bestem $f'(x)$.

Opgave 8



Billedkilde: depositphotos

Erfaringen viser, at et bestemt fodboldhold vinder 32 % af dets kampe.
Holdet scorer det første mål i 20 % af de kampe, det spiller.
Holdet vinder 60 % af de kampe, hvor det scorer det første mål.

a) Bestem sandsynligheden for, at holdet vinder,
givet at holdet ikke scorer det første mål i en kamp.

Opgave 9 En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^2 - 6x + 11.$$

Det oplyses, at F er en stamfunktion til f , og at grafen for F har linjen med ligningen $y = 2x - 5$ som tangent.

a) Bestem en forskrift for F .

Besvarelsen af delprøve 1 afleveres kl. 11.00

Delprøve 2 kl. 9.00-14.00

Opgave 10 En funktion f af to variable er givet ved

$$f(x, y) = \frac{4 \cdot \sin(x) + y^2 - 4}{y}.$$

- a) Undersøg, om punktet $\left(\frac{\pi}{3}, 2, \sqrt{2}\right)$ ligger på grafen for f .

Opgave 11 En vektorfunktion $\vec{s}$ er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^3 - 5t^2 + 6t + 2 \\ \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 1 \end{pmatrix}, \quad -1 \leq t \leq 4.$$

- a) Tegn banekurven for $\vec{s}$.
 b) Bestem koordinatsættene til de punkter på banekurven, hvor tangenten er lodret.

Opgave 12



Billedkilde: apollorejser

På et vinslot i Portugal produceres hvidvinen Vinho Verde.

Tabellen viser pH-værdien for 98 tilfældigt udvalgte flasker hvidvin fra vinslottet.

pH-værdi	2,89	2,92	...	3,61	3,72
----------	------	------	-----	------	------

Alle tabellens 98 værdier findes i bilaget "VinhoVerde.xlsx"

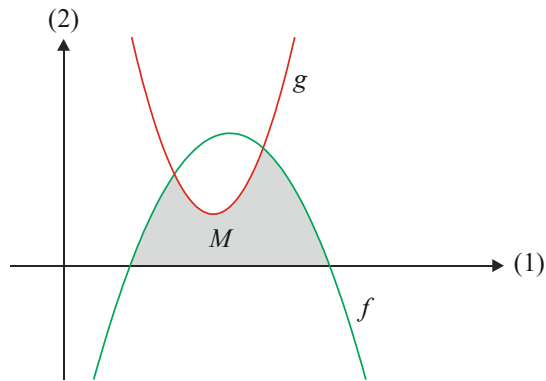
- a) Gør rede for, at pH-værdien af hvidvinen i flaskerne med god tilnærmelse kan beskrives ved en normalfordelt stokastisk variabel X .

Den ideelle pH-værdi for Vinho Verde ligger mellem 3,2 og 3,4.

- b) Bestem sandsynligheden for, at hvidvinen fra en tilfældigt udvalgt flaske fra vinslottet ikke har en ideel pH-værdi.

Kilde: kaggle

Opgave 13



To funktioner f og g er bestemt ved

$$f(x) = -x^2 + 5x - 4$$

$$g(x) = 2x^2 - 9x + 11$$

a) Bestem koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem graferne for f og g .

Et område M er afgrænset af førsteaksen, grafen for f og grafen for g .

b) Bestem omkredsen af M .

Når M drejes 360° omkring førsteaksen, fremkommer der et omdrejningslegeme.

c) Bestem rumfanget af omdrejningslegemet.

Opgave 14



Billedkilde: chelseagardener

En blomsterbutik får leveret en container fyldt med havekrukker, der stammer fra tre forskellige producenter.

34 % af krukkerne er fra producent A .

41 % af krukkerne er fra producent B .

Resten af krukkerne er fra producent C .

3 % af krukkerne fra producent A er skårede.

4 % af krukkerne fra producent B er skårede.

1 % af krukkerne fra producent C er skårede.

a) Bestem sandsynligheden for, at en tilfældigt udvalgt krukke ikke er skåret.

Om en tilfældigt udvalgt krukke vides, at den er skåret.

b) Bestem sandsynligheden for, at krukken stammer fra producent B .

Opgave 15 I en model kan udviklingen i befolkningstallet i USA beskrives ved differentialligningen

$$y' = a \cdot y \cdot (387,6 - y),$$

hvor a er en konstant, $y = f(x)$ er befolkningstallet (målt i mio.), og x er antal år efter 1989.

I 1989 var befolkningstallet 246,8 mio., og i 2019 var det 328,3 mio.

a) Bestem en forskrift for f .

Kilde: United States Census Bureau, Verdensbanken

Opgave 16 En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^3 + 7x^2 + 8x.$$

a) Bestem monotoniforholdene for f ved hjælp af differentialregning.

En anden funktion g er givet ved

$$g(x) = x^3 + k \cdot x^2 + 8x,$$

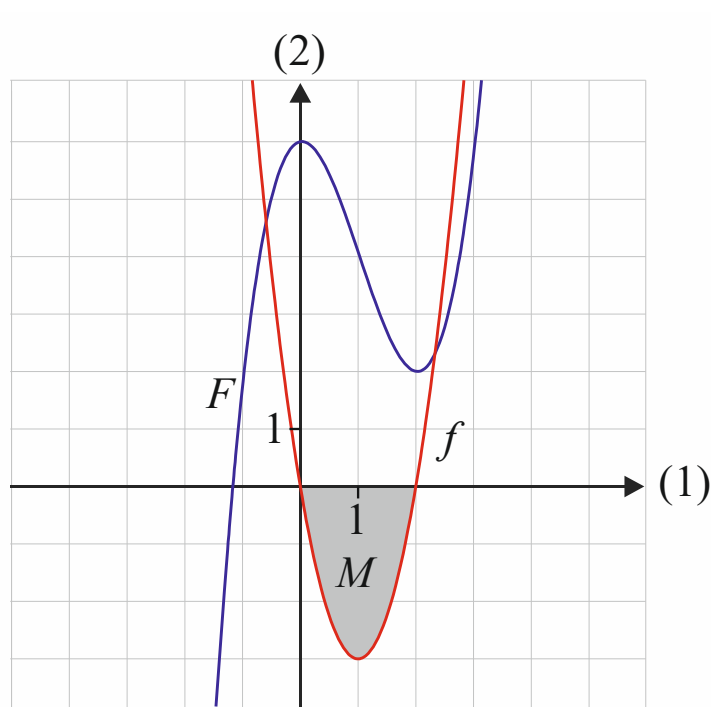
hvor k er et tal.

b) For hvilke værdier af k har grafen for g to vandrette tangenter?

Bilaget indgår i opgavebesvarelsen

Skole	Hold		ID
Navn	Ark nr.	Antal ark i alt	Tilsynsførende

Opgave 6



Besvarelsen af delprøve 1 afleveres kl. 11.00

Udfaldsrum U med n udfald	F(1)	$U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$
Hændelse A med k udfald fra U	F(2)	$A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$
Sandsynlighed for hændelse A	F(3)	$P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_k)$
<i>Symmetrisk sandsynlighedsfelt</i>		
Alle sandsynligheder er lige store	F(4)	$P(u_1) = P(u_2) = \dots = P(u_n) = \frac{1}{n}$
Sandsynlighed for hændelse A	F(5)	$P(A) = \frac{k}{n} = \frac{\text{antal gunstige}}{\text{antal mulige}}$
<i>Regneregler i sandsynlighedsfelt</i>		
Sandsynlighed for komplementærhændelsen $\bar{A}$ til A	F(6)	$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
Sandsynlighed for foreningshændelse	F(7)	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
<i>Betinget sandsynlighed</i>		
Definition på betinget sandsynlighed	F(8)	$P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
Loven om total sandsynlighed	F(9)	$P(B) = P(B A_1) \cdot P(A_1) + \dots + P(B A_k) \cdot P(A_k)$
Bayes' sætning	F(10)	$P(A B) = \frac{P(B A) \cdot P(A)}{P(B)}$
Bayes' udvidede sætning	F(11)	$P(A_i B) = \frac{P(B A_i) \cdot P(A_i)}{P(B A_1) \cdot P(A_1) + \dots + P(B A_k) \cdot P(A_k)}$

Dette prøvesæt er omfattet af ophavsretten, jf. ophavsretslovens § 1. Prøvesættet må alene anvendes til den på prøvesættet anførte prøve. Al anden anvendelse af prøvesættet, herunder visning eller deling f.eks. via internettet, sociale medier, portaler og bøger, udgør en krænkelse af Børne- og Undervisningsministeriets og evt. tredjemands ophavsret og er ikke tilladt.

Overtrædelse af ophavsretten kan være erstatningspådragende og/eller strafbart.

Prøvesættet kan dog, efter at prøveperioden er afsluttet, anvendes til undervisningsbrug på uddannelser m.v. omfattet af den lovgivning, som Styrelsen for Undervisning og Kvalitet administrerer.